Potencial Elétrico

Quando decidimos estudar energia, o exemplo mais básico que existe é o de objetos 'caindo' em direção à Terra, uma vez que, com alguma elevação, possuem energia potencial gravitacional no interior do campo gravitacional terrestre. Podemos, então, por analogia, afirmar que um objeto eletrizado possui uma dada energia potencial, dentro de um determinado campo elétrico, desde que caracterizada sua localização.

Em termos de trabalho, na mecânica, corpos providos de grandes massas, exigem emprego de grande força para que seja realizado algum deslocamento, contra o campo gravitacional. Aqui, também se faz necessário trabalho para empurrar uma partícula provida de carga elétrica contra um campo elétrico gerado por um outro corpo também eletrizado. Em suma, *energia potencial elétrica* é conhecida como a *energia que a partícula possui em virtude da sua posição*.

Então, o campo eletrostático que gera um potencial, assim como o campo gravitacional, é conservativo. Esse argumento nos permite escrever o potencial eletrostático como uma *função escalar*, que ajuda, e muito, no tratamento de alguns problemas.

Para entender um pouco melhor, e deixar alguns pontos claros, vamos recorrer aos conceitos físicos e recursos matemáticos para tal. Para começar podemos pensar como deve ser o trabalho de uma carga q_0 sobre um caminho *c* realizado pela força eletrostática $\vec{F}$, sendo esta a força exercida por uma carga puntiforme q sobre q_0. Lembremos que podemos usar a definição de trabalho, e obter que

$$W_{A-B} = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dl} \quad (1)$$

Em 1, os pontos A e B pertencem à curva c, tal que o trabalho para a carga ser conduzida do ponto A ao ponto B, com deslocamento dl, é descrito pela integral. Agora, se temos esta equação, recapitulemos um pouco.

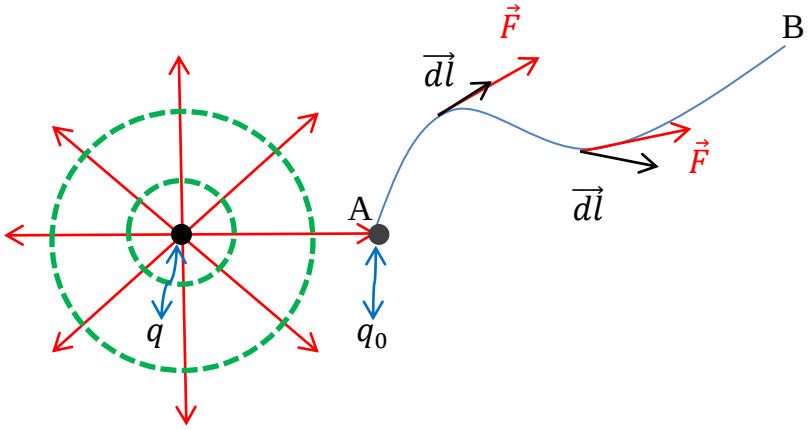
Vimos que o campo eletrostático é conservativo. Isso nos conduz a um pensamento lógico, sendo este que: se o sistema é conservativo, deve haver uma função potencial, U, que depende apenas do ponto onde a carga está alocada. Sendo assim, podemos:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta T = 0$$
$$\Delta U = -\Delta T \ (2)$$

onde T representa a energia cinética, e E a energia total do sistema (que deve se conservar, por isso a variação é zero). De 2 concluímos, pelo teorema do trabalho - energia cinética, que a variação da energia potencial elétrica deve ser igual ao negativo da função trabalho, de tal modo que, de 1 e 2,

$$\Delta U = -\int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dl} \quad (3).$$

Uma maneira de pensar o porquê desta razão do trabalho - energia potencial valer pode ser evidenciada pela imagem abaixo:



Na imagem percebemos que uma partícula em movimento sobre um caminho c, ao qual pertencem os pontos A e B, recebe energia de algum lugar para que possa executar tal proeza. Isolando o sistema com as cargas, só há um lugar de onde essa energia possa provir: a força (representada em vermelho por linhas de força) executada na partícula q_0 é oriunda do campo elétrico de q, ou seja, ao deslocar a primeira por um dado caminho, é transferida energia em forma de trabalho à que está em movimento (obs.: as linhas verdes representam superfícies equipotenciais bidimensionais; veremos mais à frente).

Com procedimentos do cálculo, e prévio conhecimento da força eletrostática, resolvemos 3 para o caso de um campo gerado por uma única carga colocada na origem do sistema, obtendo

$$U(r) = \frac{q.q_0}{4\pi\varepsilon}\left[\left(\frac{1}{r}\right) - \left(\frac{1}{r_0}\right)\right] \quad (4).$$

Fixando um sistema de referência que nos favoreça, sem perder nada com isso, podemos admitir que para uma carga que se moveu até o infinito ($r_0 \to \infty$), a influência deste potencial deve ser zero, tal que 4 reduz-se a

$$\boldsymbol{U(r) = \frac{q.q_0}{4\pi\varepsilon r}} \quad (5).$$

Com isso, podemos ir um pouco mais além, e perceber que a força eletrostática tem relação direta com o campo elétrico, estabelecido por

$$\vec{F} = q_0\vec{E} \quad (6)$$

escrevendo, com 1, 2, 5 e 6, que

$$\frac{W}{q_0} = \int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl} = \frac{\Delta U}{q_0}$$

sendo possível escrever, com a definição de que *o negativo da integral acima assume a característica do potencial elétrico V em um ponto P qualquer*, admitindo que $V(P_0) = 0$,

$$\boldsymbol{U(P) = q_0.V(P)} \quad (7).$$

Ou seja, o potencial elétrico V é diretamente proporcional à energia potencial eletrostática, que por 5 e 7

$$\boldsymbol{V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon r}} \quad (8).$$

V(r) é o *potencial elétrico de uma carga pontual q, varrendo uma distância simetricamente esférica de raio r*.

Refletindo sobre o que obtivemos, é notável que, por 7, obtenhamos rapidamente a unidade de um potencial elétrico. Uma vez que energia tem dimensão de joule, J, e carga de coulomb, C, potencial tem dimensão de J/C, onde se adota uma dimensão própria, conhecida como volt (V), tal que:

$$[V(r)] = \frac{J}{C} = V$$

Voltemos agora a uma das situações iniciais, onde ainda vamos definir por que pudemos usar alguns argumentos.

Precisamos entender que a força eletrostática age como uma força central, pelas linhas de interação do campo eletrostático. Nesta definição, podemos usar que a força é o negativo do gradiente do potencial

$$\vec{F} = -\nabla U.$$

Então, em uma superfície onde U é constante é conhecida como uma superfície equipotencial (aqui o detalhe da simetria esférica/radial). Disto, vemos que as superfícies equipotenciais são esferas concêntricas a r = constante. Lembrando do deslocamento dl, escrevemos:

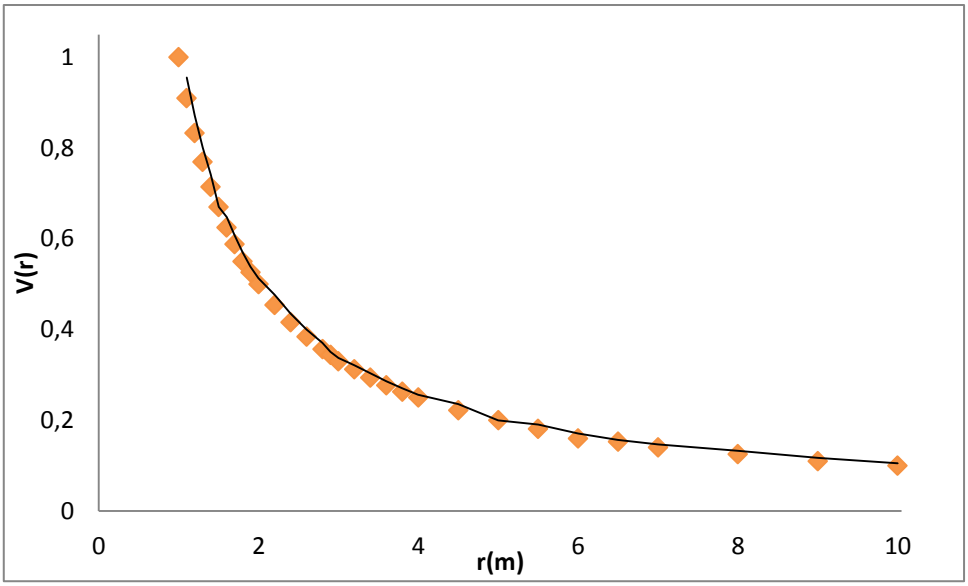
$$dU = \nabla U.\overrightarrow{dl} = 0$$

provando que ∇U é perpendicular às superfícies equipotenciais, ou seja, as linhas de força de um campo conservativo são trajetórias ortogonais destas superfícies equipotenciais desse campo.

Com isso, podemos, usando o recurso do gradiente, perceber que

$$\vec{E} = -\nabla V = -\frac{dV(r)}{dr}\hat{r}.$$

Em uma análise mais matemática, percebemos que $V(r) \propto r^{-1}$, que nos lembra uma função conhecida, tendo o gráfico representado na imagem abaixo:



Ou seja, em um limite, não podemos dizer muito sobre o potencial elétrico, no ponto onde r tende a zero, pois este ponto é exatamente sobre (em cima da) a carga, que é um local um tanto quanto turbulento. Já, na tendência de r crescer, percebemos que o potencial perde sua intensidade ao $r \to \infty$. Isso quer dizer que, quando mais longe estiver uma carga q_0 de um potencial gerado por uma carga q menor será a influência do campo eletrostático gerado pela mesma carga q, então, menor será a interação entre as duas cargas.

Por fim, resumindo o que estudamos até agora, podemos admitir alguns pontos, tais que sejam:

- potencial elétrico/eletrostático é a capacidade que um corpo provido de carga tem de repelir/atrair outros corpos que também estão eletrizados;
- igualmente, é a capacidade que um corpo eletrizado tem para realizar trabalho.

O assunto é bastante complicado, tanto que diversos profissionais assumem sem medo ou vergonha, podendo ser, dentro da Física Geral, o de mais polêmica. No entanto, devemos enfrentar os desafios e despertar curiosidade, até porque *"curiosity has its own reason for existing"* [A. Einstein].

Referências

NUSSENZVEIG, H. M.. **Curso de física básica 3**: ELETROMAGNETISMO. 2 ed. SÃO PAULO: BLUCHER, 2015. 295 p.;

HEWITT, P. G.. Física: CONCEITUAL. 11 ed. PORTO ALEGRE: BOOKMAN, 2012. 743 p.